Вопросы для тестовых заданий.

1. **Планирование эксперимента и его задачи. Виды экспериментов.**

Эксперимент (от лат experimentum - проба, опыт) - исследовательская стратегия, которая предусматривает целенаправленное наблюдение за определенным процессом в условиях регламентированных изменений отдельных характеристик условий его протекания. Это спланированное и управляемое исследование, в котором экспериментатор влияет на изолированный объект (объекты) и фиксирует изменения в его состояниях. Исследование проводится с целью проверки гипотезы о причинно-следственная связь между воздействием независимой переменной и измененными состояниями объекта (зависимой переменной).

По мнению. Р. Готтсданкер, эксперимент - это изучение объекта в условиях спланированного и специально созданного смещение реальности с целью получить результаты, которые можно обобщить и использовать для передачи экспериментальной гипотезы.

Для проведения эксперимента важны следующие аспекты:

1) исследователь сам активно организует условия, в которых должен появиться определенный психологический факт: когда идет наблюдения, исследователь не может вмешиваться в ситуацию;

2) экспериментатор может изменять условия и определять определенные варианты условий появления исследуемого явления (процесса);

3) в эксперименте возможно устранять определенные переменные, чтобы исследовать, какие изменения при этом произойдут;

4) можно предоставлять переменным разные значения и оценивать данные по различного соотношения выбранных условий.

Задачи:

1. возможность математического описания процесса, его математическое моделирование. Иными словами планирование эксперимента нацеливает сразу на получение не графической, а аналитической зависимости.
2. разработка стратегии поиска оптимального режима, оптимальных условий протекания процесса. Ведь для каждого технологического процесса существует свое оптимальное сочетание факторов, при котором достигается наибольшая его эффективность. Любое отклонение от оптимального режима ведет к снижению производительности, срока службы оборудования, ухудшению качества и удорожанию конечного продукта.
3. минимизация числа опытов. Ведь каждый опыт это лишнее время, затраченное исследователем как правило высокой квалификации, это затраты лишнего материала, оборудования, электрической и тепловой энергии, лишних площадей, на которых можно получать продукцию.

Классификация эксперимента производится обычно по характеру задач, решаемых экспериментатором. Известны следующие виды эксперимента.

1. Элиминирующий эксперимент. Цель такого эксперимента выявить или устранить влияние различных неоднородностей. Источниками этих неоднородностей являются различия в плодородии участков земли, свойствах семян, квалификации обслуживающего персонала (доярок, птичниц), заводе-изготовителе оборудования, качестве корма. Эти неоднородности увеличивают ошибку эксперимента и прежде, чем ставить основной эксперимент, указанные факторы надо выявить, оценить и так спланировать эксперимент, чтобы их влияние было минимальным.
2. Сравнительный эксперимент  преследует обычно весьма простую цель: оценить влияние каждого фактора на процесс, расположить их в ряд по степени влияния на интересующий нас показатель процесса.
3. Отсеивающий эксперимент позволяет отобрать для исследования лишь те факторы, которые существенно влияют на процесс.
4. Экстремальный эксперимент. О нем мы уже упоминали. Это эксперимент, цель которого выявление оптимальных режимов, оптимальных составов и оптимальных конструктивных параметров.
5. Аппроксимирующий эксперимент, т.е. эксперимент проводимый с целью выявления математической модели процесса.
6. Численный эксперимент, при котором вместо физического эксперимента производится вычисление интересующей нас величины по известному сложному математическому выражению или их набору.
7. Эксперимент по проверке зависимостей, полученных теоретическим путем.
8. Эксперимент, цель которого идентификация динамических характеристик объекта, т.е. коэффициента усиления, времени чистого запаздывания, постоянных времени, показателей качества системы управления и т.д.
9. Экстраполирующий эксперимент, т.е. эксперимент, поставленный с целью предсказать явление, оценить как оно будет протекать в дальнейшем (экономическое прогнозирование, предсказание погоды, прогноз исхода заболевания, предсказание нагрузки электросистем)
10. Эксперимент по изучению свойств материала, например электропроводности почвы, тангенса угла потерь для семян различных зерновых культур и сорняков.
11. Промышленный эксперимент, т.е. эксперимент, проводимый в производственных условиях на действующем объекте.
12. **Параметры оптимизации и требования к ним.**

При планировании экстремального эксперимента очень важно определить параметр, который нужно оптимизировать. Сделать это совсем не так просто, как кажется на первый взгляд. Цель исследования должна быть сформулирована очень четко и допускать количественную оценку. Будем называть характеристику цели, заданную количественно, параметром оптимизации. Параметр оптимизации является реакцией (откликом) па воздействие факторов, которые определяют поведение выбранной системы. Реакция объекта многогранна, многоаспектна. Выбор того аспекта, который представляет наибольший интерес, как раз и задается целью исследования. При традиционном, не математическом, подходе исследователь стремится как-то учесть разные аспекты, взвесить их и принять «согласованное» решение о том, какой опыт «лучше». Однако разные экспериментаторы проведут сравнение опытов не одинаково. Различия, если хотите, одно из проявлений «таланта» исследователя или его «бездарности». Прежде чем сформулировать требования к параметрам оптимизации и рекомендации по их выбору, познакомимся с различными видами параметров.

В зависимости от объекта и цели исследования пара­метры оптимизации могут быть весьма разнообразными. Чтобы ориентироваться в этом многообразии, введен некоторую классификацию (рис. 1). Мы не стремимся к созданию полной и детальной классификации. Наша задача – построить такую условную схему, которая включала бы ряд практически важных случаев и помогала экспериментатору ориентироваться в реальных ситуа­циях.

[](http://appmath.narod.ru/images/image003.png)

Рисунок 1

Параметр оптимизации – это признак, по которому мы хотим оптимизировать процесс. Он должен быть количественным, задаваться числом. Мы должны уметь его намерять при любой возможной комбинации выбранных уровней факторов. Множество значений, кото­рые может принимать параметр оптимизации, будем на­зывать областью его определения. Области определения могут быть непрерывными и дискретными, ограниченны­ми и неограниченными. Например, выход реакции – это параметр оптимизации с непрерывной ограниченной об­ластью определения. Он может изменяться в интервале от 0 до 100%. Число бракованных изделий, число зерен на шлифе сплава, число кровяных телец в пробе крови – вот примеры параметров с дискретной областью определе­ния, ограниченной снизу.

Уметь измерять параметр оптимизации - это значит располагать подходящий прибором. В ряде случаев та­кого прибора может не существовать или он слишком до­рог. Если нет способа количественного измерения резуль­тата, то приходится воспользоваться приемом, называе­мым ранжированием (ранговым подходом). При этом пара­метрам оптимизации присваиваются оценки – ранги по заранее выбранной шкале: двухбалльной, пятибалльной и т.п. Ранговый параметр имеет дискретную ограниченную область определения. В простейшем случае область содержит два значения (да, нет; хорошо, плохо). Это может соответствовать, например, годной продукции и браку.

Ранг – это количественная оценка параметра оптимизации, но она носит условный (субъективный) характер. Мы ставим в соответствие качественному признаку неко­торое число – ранг.

Для каждого физически измеряемого параметра опти­мизации можно построить ранговый аналог. Потребность в построении такого аналога возникает, если имеющиеся в распоряжении исследователя численные характеристи­ки неточны или неизвестен способ построения удовлет­ворительных численных оценок. При прочих равных ус­ловиях всегда нужно отдавать предпочтение физическому измерению, так как ранговый подход менее чувствителен и с его помощью трудно изучать тонкие эффекты.

Другие примеры рангового подхода: определение чемпиона мира по фигурному катанию или гимнастике, дегустация вин, сравнение произведений искусства и т. д. Или, если хотите, из области химии: сравнение продук­тов по цвету, прозрачности, форме кристаллов.

Следующее требование: параметр оптимизации должен выражаться одним числом. Иногда это получаетсяестественно, как регистрация показания прибора. Например, скорость движения машины определяется чис­лом на спидометре. Чаще приходится производить некоторые вычисления. Так бывает при расчете выхода реакции. В химии часто требуется получать продукт с заданным отношением компонентов, например, *A:B =*3:2. Один из возможных вариантов решения подобных задач состоит в том, чтобы выразить отношение одним числом (1,5) и в качестве параметра оптимизации пользоваться значениями отклонений (или квадратов отклонений) от этого числа.

Еще одно требований, связанное с количественной при­родой параметра оптимизации, – однозначность в статистическом смысле. Заданному набору значений фак­торов должно соответствовать одно с точностью до ошибки эксперимента значение параметра оптимизации. Однако обратное неверно: одному и тому же значении параметра могут соответствовать разные наборы значений факторов.

Для успешного достижения цели исследования не­обходимо, чтобы параметр оптимизации действительно оценивал эффективность функционирования системы в заранее выбранном смысле. Это требование является главным, определяющим корректность постановки задачи.

Представление об эффективности не остается постоян­ным в ходе исследования. Оно меняется по мере накопле­ния информации и в зависимости от достигнутых резуль­татов. Это приводит к последовательному подходу при выборе параметра оптимизации. Так, например, на первых стадиях исследования технологических процессов в качест­ве параметра оптимизации часто используется выход про­дукта. Однако в дальнейшем, когда возможность повышения выхода исчерпана, нас начинают интересовать такие параметры, как себестоимость, чистота продукта и т. д.

Говоря об оценке эффективности функционирования системы, важно помнить, что речь идет о системе в целом. Часто система состоит из ряда подсистем, каждая из ко­торых может оцениваться своим локальным параметром оптимизации. При этом оптимальность каждой из под­систем по своему параметру оптимизации не оптимальности системы в целом.

Мало иметь эффективный параметр оптими­зации. Надо еще, чтобы он был эффективным в статис­тическом смысле. Фактически это требо­вание сводится к выбору параметра оптимизации, кото­рый определяется с наибольшей возможной точностью. (Если и эта точность недостаточна, тогда приходится обращаться к увеличению числа повторных опытов.)

Пусть, например, нас интересует исследование проч­ностных характеристик некоторого сплава. В качестве меры прочности можно использовать как прочность на разрыв, так и макротвердость. Поскольку эти характерис­тики функционально связаны, то с точки зрения эффек­тивности они эквивалентны. Однако точность измерения первой характеристика существенно выше, чем второй. Требование статистической эффективности заставляет отдать предпочтение прочности на разрыв.

Следующее требование к параметру оптимизации – требование универсальности или полноты. Под универсальностью параметра оптимизации понимает­ся его способность всесторонне характеризовать объект. В частности, технологические параметры оптимизации не­достаточно универсальны: они не учитывают экономи­ку. Универсальностью обладают, например, обобщенные параметры оптимизации, Которые строятся как функции от нескольких частных параметров.

Желательно, чтобы параметр оптимизации имел физический смысл, был простым и легко вычисляемым.

Требование физического смысла связано с последу­ющей интерпретацией результатов эксперимента. Не пред­ставляет труда объяснить, что значит максимум извлече­ния, максимум содержания ценного компонента. Эти и по­добные им технологические параметры оптимизации имеют ясный физический смысл, но иногда для них может не выполняться, например, требование статистической эф­фективности. Тогда рекомендуется переходить к пре­образованию параметра оптимизации.

Второе требование часто также оказывается весьма существенным. Для процессов разделения термодина­мические параметры оптимизации более универсальны. Однако на практике ими пользуются мало: их расчет до­вольно труден.

Пожалуй, из этих двух требований первое является более существенным, потому что часто удается найти иде­альную характеристику системы и сравнить ее с реальной характеристикой. Иногда при этом целесообразно нор­мировать параметр с тем, чтобы он принимал значения от нуля до единицы.

Кроме высказанных, требований и пожеланий при вы­боре параметра оптимизации нужно еще иметь в виду, что параметр оптимизации в некоторой степени оказывает влия­ние на вид математической модели исследуемого объекта. Экономические параметры, в силу их аддитивной природы, легче представляются простыми функциями, чем физико-химические показатели. Температура плавления сплава является, как известно, сложной, многоэкстремальной характеристикой состава, тогда как стоимость сплава зависит от состава линейно.

1. **Факторы и требования к ним.**

После того как выбран объект исследования и пара­метр оптимизации, нужно включить в рассмотрение все существенные факторы, которые могут влиять на процесс. Если какой-либо существенный фактор окажется неуч­тенным, то это может привести к неприятным послед­ствиям. Так, если неучтенный фактор произвольно флу­ктуировал – принимал случайные значения, которые эк­спериментатор не контролировал, – это значительно уве­личит ошибку опыта. При поддержании фактора на некотором фиксированном уровне может быть получено ложное представление об оптимуме, так как нет гарантии, что фиксированный уровень является оп­тимальным.

Определение фактора

Фактором называется измеряемая переменная ве­личина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение. Факторы соответствуют способам воз­действия на объект исследования.

Также, как и параметр оптимизации, каждый фактор имеет область определения. Мы будем считать фактор заданным, если вместе с его названием указана область его определения. Под областью определения понимается совокупность всех значений, которые в принципе может принимать данный фактор, Ясно, что совокупность зна­чений фактора, которая используется в эксперименте, является подмножеством из множества значений, обра­зующих область определении.

Область определения может быть непрерывной и дис­кретной. Однако в тех задачах планирования экспери­мента, которые мы собираемся рассматривать, всегда ис­пользуются дискретные области определения. Так, для факторов с непрерывной областью определения, таких, как температура, время, количество вещества и т. п., всегда выбираются дискретные множества уровней.

В практических задачах области определения факторов, как правило, ограничены. Ограничения могут носить принципиальный либо технический характер.

Произведем классификацию факторов и зависимости от того, является ли фактор переменной величиной, кото­рую можно оценивать количественно: измерять, взвеши­вать, титровать и т.п., или же он – некоторая перемен­ная, характеризующаяся качественными свойствами.

Факторы разделяются на коли­чественные и качественные. Качественные факторы – это разные вещества, разные технологические способы, ап­параты, исполнители и т. д.

Хотя качественным факторам не соответствует число­вая шкала в том смысле, как это понимается для коли­чественных факторов, однако можно построить условную порядковую шкалу, которая ставит в соответствие уров­ням качественного фактора числа натурального ряда, т. е. производит кодирование. Порядок уровней может быть произволен, но после кодирования он фиксируется.

В ряде случаев граница между понятием качественного и количественного фактора весьма условна. Пусть, на­пример, при изучении воспроизводимости результатов хи­мического анализа надо установить влияние положения тигля с навеской в муфельной печи. Можно разделить под печи на квадраты и считать номера квадратов уровнями качественного фактора, определяющего положение тигля. Вместо этого можно ввести два количественных фактора – ширину и длину пода печи. Качественным фак­торам не соответствует числовая шкала, и порядок уров­ней факторов не играет роли.

Требования, предъявляемые к факторам при планировании эксперимента

При планировании эксперимента факторы должны быть управляемыми. Это значит, что экспери­ментатор, выбрав нужное значение фактора, может его поддерживать постоянным в течение всего опыта, т. е. может управлять фактором. В этом состоит особенность «активного» эксперимента. Планировать эксперимент мож­но только в том случае, если уровни факторов подчиняются воле экспериментатора.

Чтобы точно определить фактор, нужно указать последовательность действий (операций), с помощью ко­торых устанавливаются его конкретные значения (уровни). Такое определение фактора будем называть опера­циональным. Так, если фактором является давление в некотором аппарате, то совершенно необходимо указать, в какой точке и с помощью какого прибора оно измеряется и как оно устанавливается. Введение операционального определения обеспечивает однозначное понимание фак­тора.

Точность замера факторов должна быть возможно более высокой. Степень точности определяется диапазоном изменения факторов. При изучении процесса, который длится десятки часов, нет необходимости учиты­вать доли минуты, а в быстрых процессах необходимо учитывать, быть может, доли секунды.

Факторы должны быть непосредственными воздейст­виями на объект. Факторы должны быть однозначны. Трудно управлять фактором, который является функцией других факторов. Но в планировании могут участвовать сложные факторы, такие, как соотношения между компонентами, их логарифмы и т. п.

Необходимость введения сложных факторов возникает при желании представить динамические особенности объекта в статической форме. Пусть, например, тре­буется найти оптимальный режим подъема температуры в реакторе. Если относительно температуры известно, что она должна нарастать линейно, то в качестве фактора вместо функции (в данном случае линейной) можно ис­пользовать тангенс угла наклона, т. е. градиент. Положе­ние усложняется, когда исходная температура не зафик­сирована. Тогда ее приходится вводить в качестве еще одного фактора. Для более сложных кривых пришлось бы ввести большее число факторов (производные высоких порядков, координаты особых точек и т. д.). Поэтому целесообразно пользоваться сложным качественным фак­тором – номером кривой. Различные варианты кривых рассматриваются в качестве уровней. Это могут быть разные режимы термообработки сплавов, переходные процессы в системах управления и т. д.

Требования к совокупности факторов

При планировании эксперимента обычно одно­временно изменяется несколько факторов. Поэтому очень важно сформулировать требования, которые предъяв­ляются к совокупности факторов. Прежде всего, выдви­гается требование совместимости. Совместимость факторов означает, что все их комбинации осуществимы и безопасны. Это очень важное требование. Представьте себе, что вы поступили легкомысленно, не обратили внима­ния на требование совместимости факторов и запланиро­вали такие условия опыта, которые могут привести к взрыву установки или осмолению продукта. Согласитесь, что такой результат очень далек от целей оптимиза­ции.

Несовместимость факторов может наблюдаться на гра­ницах областей их определения. Избавиться от нее можно сокращением областей. Положение усложняется, если несовместимость проявляется внутри областей определе­ния. Одно из возможных решений – разбиение на под­области и решение двух отдельных задач.

При планировании эксперимента важна независи­мость факторов, т. е. возможность установления факто­ра на любом уровне вне зависимости от уровней других факторов. Если это условно невыполнимо, то невозможно планировать эксперимент. Итак, мы подошли ко второму требованию – отсутствию корреляции между факторами. Требование некоррелированности не означает, что между значениями факторов нет никакой связи. Достаточно, что­бы связь не была линейной.

1. **Модели эксперимента. Модель «черного ящика». Требования к модели.**

Экспериме́нт (от лат. *experimentum* — проба, опыт), также о́пыт, в научном методе — метод исследования некоторого явления в управляемых наблюдателем условиях. Отличается от наблюдения активным взаимодействием с изучаемым объектом. Обычно эксперимент проводится в рамках научного исследования и служит для проверки гипотезы, установления причинных связей между феноменами. Эксперимент является краеугольным камнем эмпирического подхода к знанию. Критерий Поппера выдвигает возможность постановки эксперимента в качестве главного отличия научной теории от псевдонаучной.

Особенности:

* исследователь сам вызывает изучаемое явление, а не ждёт, когда оно произойдет;
* может изменять условия протекания изучаемого процесса;
* в эксперименте можно попеременно исключать отдельные условия с целью установить закономерные связи;
* эксперимент позволяет варьировать количественное соотношение условий и осуществлять математическую обработку данных.

Модели эксперимента

Существует несколько моделей эксперимента:

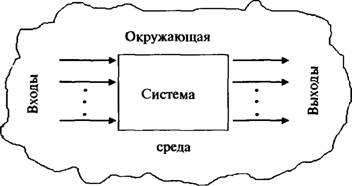
Безупречный эксперимент — невоплотимая на практике модель эксперимента, используемая психологами-экспериментаторами в качестве эталона. В экспериментальную психологию данный термин ввёл Роберт Готтсданкер, автор известной книги «Основы психологического эксперимента», считавший, что использование подобного образца для сравнения приведёт к более эффективному совершенствованию экспериментальных методик и выявлению возможных ошибок в планировании и проведении психологического эксперимента.

Случайный эксперимент (случайное испытание, случайный опыт) — математическая модель соответствующего реального эксперимента, результат которого невозможно точно предсказать. Математическая модель должна удовлетворять требованиям:

* она должна быть адекватна и адекватно описывать эксперимент;
* должна быть определена совокупность множества наблюдаемых результатов в рамках рассматриваемой математической модели при строго определенных фиксированных начальных данных, описываемых в рамках математической модели;
* должна существовать принципиальная возможность осуществления эксперимента со случайным исходом сколь угодное количество раз при неизменных входных данных;
* должно быть доказано требование или априори принята гипотеза о стохастической устойчивости относительной частоты для любого наблюдаемого результата, определённого в рамках математической модели.

Модель «черного ящика» является простейшим отображением реальной системы (некоторого фрагмента реального мира), в котором полностью отсутствуют сведения о внутреннем содержании этого фрагмента, а задаются только входные и выходные связи системы со средой (рис.

Даже «стенки ящика», т.е. границы между системой и средой, в этой модели обычно не описываются, а лишь подразумеваются. Такая модель, несмотря на внешнюю простоту и отсутствие сведений о внутренности системы, часто оказывается очень полезной, а иногда и единственно возможной.



Например, при исследовании элементарных частиц, изучении влияния лекарства на живой организм, определении последствий воздействия человека на природу, анализе возможностей влияния на экономическое развитие суверенного государства и т.д. мы лишены возможности прямого вмешательства в исследуемую систему и иначе чем через фиксацию ее· взаимодействия с внешней средой по входам и выходам не сможем составить представление о системе, процессе или явлении.

Бросающаяся в глаза внешняя простота модели «черного ящика» очень обманчива. Кажется, просто перечисли входы-выходы системы — и модель готова. Но как только это потребуется сделать для конкретной системы, исследователь сталкивается с множеством трудностей.

Математическая модель должна удовлетворять требованиям: она должна быть адекватна и адекватно описывать эксперимент; должна быть определена совокупность множества наблюдаемых результатов в рамках рассматриваемой математической модели при строго определенных фиксированных начальных данных, описываемых в рамках математической модели; должна существовать принципиальная возможность осуществления эксперимента со случайным исходом сколь угодное количество раз при неизменных входных данных; должно быть доказано требование или априори принята гипотеза о стохастической устойчивости относительной частоты для любого наблюдаемого результата, определённого в рамках математической модели.

1. **Понятие функции отклика, факторного пространства. Требования к функции отклика.**

Теория ПЭ охватывает практически все встречающиеся на практике варианты исследования объектов. В дальнейшем будут рассмотрены следующие типовые задачи экспериментального исследования:

поиск значений параметров системы, обеспечивающих достижение оптимального значения показателя качества исследуемого объекта при известных ограничениях на значения этих параметров. Перебор всех допустимых сочетаний значений параметров системы с целью поиска оптимального варианта нерационален по затратам ресурсов. Для решения указанной задачи ТПЭ предлагает такую последовательность проведения опытов, которая позволяет применить градиентные методы поиска при априорно неизвестной функции, связывающей показатель качества с параметрами системы;

приближенное аналитическое описание функциональной связи показателей качества с параметрами системы по результатам проведенного эксперимента. Традиционные методики проведения экспериментов из-за зависимости компонентов восстанавливаемого аналитического описания не позволяют определить раздельное влияние каждого фактора на результирующий показатель, т. е. эти методики обеспечивают получение аналитических зависимостей, пригодных лишь для решения интерполяционных задач. В отличие от них ТПЭ дает возможность оценить вклад каждого параметра в значение показателя, т.е. приближенно восстановить закон функционирования объекта по экспериментальным данным. Полученное аналитическое описание объекта можно использовать для предварительного исследования вариантов построения системы или в интересах построения модели старшей системы, включающей данный объект на правах элемента;

оценка дифференциального влияния уровней параметров системы на показатель качества. Такая задача возникает в случае, когда параметры системы являются по своей природе качественными или когда количественные параметры могут принимать небольшое число различных значений.

Кроме указанных, существуют и других задачи, решаемые с помощью ТПЭ, например:

испытания образцов техники. Планирование должно позволить оценить степень соответствия показателей качества образцов заданным требованиям при минимальном объеме испытаний;

отсеивающие эксперименты. Предназначены выявить параметры, незначительно влияющие на показатель качества системы. Соответствующие планы применяют на начальных этапах исследования, когда нет конкретных сведений о влиянии тех или иных параметров. Отсеивание несущественных факторов снижает трудоемкость решения задач оптимизации или приближенного аналитического описания системы;

адаптивное планирование. Применяется в условиях управления технологическим процессом, когда система управления все время должна приспосабливаться к конкретным условиям функционирования, а возможно, и предсказывать дальнейшее развитие процесса.

Решение задач с применением ТПЭ предусматривает использование априорной информации об изучаемом процессе для выбора общей последовательности управления экспериментами, которая уточняется после очередного этапа проведения исследований на основе вновь полученных сведений. Тем самым достигается возможность рационального управления экспериментами при неполном первоначальном знании характеристик исследуемого объекта. Целесообразность применения ТПЭ тем выше, чем сложнее исследуемая система.

В ТПЭ исследуемый объект (реальный объект, модель объекта) рассматривается как "черный ящик", имеющий входы **v** (управляемые независимые параметры) и выходы **y**[3, 6].

Переменные **v** принято называть *факторами*. Теория ПЭ изучает только активный тип экспериментов, когда имеется возможность независимо и целенаправленно менять значения факторов **v** во всем требуемом диапазоне. Факторы в эксперименте бывают качественными и количественными. Качественные факторы можно квантифицировать или приписать им числовые обозначения, тем самым перейти к количественным значениям. В дальнейшем будем считать, что все факторы являются количественными и представлены непрерывными величинами (если другое не оговорено особо). Переменным **v** можно сопоставить геометрическое понятие *факторного пространства* – пространства,  координатные оси которого соответствуют значениям факторов. Совокупность конкретных значений всех факторов образует точку в многомерном факторном пространстве. Примерами факторов являются: интенсивность потока запросов к базе данных, скорость передачи данных по каналу, объем запоминающего устройств. Кроме того, на объект воздействуют возмущающие факторы, они являются случайными и не поддаются управлению.

Область планирования задается интервалами возможного изменения факторов *vi,min*< *vi* < *vi,max*  для *i* =1, 2, …, *k*, где *k* – количество факторов. В теории ПЭ часто используют нормализацию факторов, т.е. преобразование натуральных значений факторов в безразмерные (кодированные) величины. Переход к безразмерным значениям *xi*задается преобразованием

|  |  |
| --- | --- |
| *xi* *=* (*vi– vi*0)/D*vi*, | (1.1) |

где *vi* – натуральное значение фактора, *vi*0 – натуральное значение основного уровня фактора, соответствующее нулю в безразмерной шкале,  D*vi* – интервал варьирования. Совокупность основных уровней всех факторов представляет собой точку в пространстве параметров, называемую центральной точкой плана или центром эксперимента. С геометрической точки зрения нормализация факторов равноценна линейному преобразованию пространства факторов, при котором проводятся две операции: перенос начала координат в точку, соответствующую значениям основных уровней факторов; сжатие – растяжение пространства в направлении координатных осей.

Активный эксперимент включает: систему воздействий, при которых воспроизводится функционирование объекта; регистрацию отклика объекта. План эксперимента задает совокупность данных, определяющих количество, условия и порядок реализации опытов. *Опыт* составляет элементарную часть эксперимента и предусматривает воспроизведение исследуемого явления в конкретных условиях с последующей регистрацией результата. В условиях случайности в одних и тех же условиях проводятся параллельные (повторные) опыты в интересах получения статистически устойчивых результатов. Опыт *u* предполагает задание конкретных значений факторам **v** *u* = *v*1*u*, *v*2*u*, …,  *vku*, а совокупность значений факторов во всех *N* точках плана эксперимента образует матрицу плана

|  |  |
| --- | --- |
| *v*11, *v*21, …,  *vk*1  *v*12, *v*22, …,  *vk*2  .     .     .     .     .  *v*1*N*, *v*2*N*, …,  *vkN* . | (1.2) |

Строки матрицы соответствуют опытам, столбцы – факторам, элемент матрицы *viz* задает значение *z-*го фактора в *i-*м опыте.

Вектор **y** называется *откликом*. В ТПЭ обычно изучается ситуация, в которой вектор отклика **y** состоит из одного элемента *y*. При наличии нескольких составляющих вектора **y**, каждую из них можно исследовать отдельно. Зависимость отклика от факторов носит название *функции отклика*, а геометрическое представление функции отклика –*поверхности  отклика*. Функция отклика рассматривается как показатель качества или эффективности объекта. Этот показатель является функцией от параметров – факторов. На практике широкое распространение получили простые функции вида М{*y'*} = **bf**(*v*), где **b=**(*b*0, *b*1, …**,***bh***)** – вектор неизвестных параметров модели размерности *h*+1, **f**(*v*)=(*f*0(*v*), *f*1(*v*), …, *fh*(*v*)) – вектор заданных базисных функций, М{*y'*} – математическое ожидание функции отклика.

1. **Принятие решений перед планированием: выбор экспериментальной области факторного пространства, интервал варьирования факторов, кодировка факторов.**

Как выбрать локальную область факторного пространства, где ее выбирать и какого размера она должна быть? Это важный этап принятия неформализованных решений, предшествующих построению плана первой серии эксперимента.

Весь процесс исследования можно считать состоящим из последовательности этапов, часть из которых полностью формализованы, а часть требуют «интуитивных» решений. Причем, по мере развития теории, формальные этапы будут играть все большую роль, но до конца не вытеснят неформализованные этапы.

Принятие решений перед планированием эксперимента

При выборе области эксперимента должны учи­тываться следующие соображения.

Прежде всего, надо оценить границы областей определе­ния факторов. При этом должны учитываться ограничения нескольких типов. Первый тип: принципиальные огра­ничения для значений факторов, которые не могут быть нарушены ни при каких обстоятельствах. Например, если фактор – температура, то нижним пределом будет абсолютный нуль. Второй тип – ограничения, связанные с технико-экономическими соображениями, например, со стоимостью сырья, дефицитностью отдельных компонен­тов, временем ведения процесса. Третий тип ограниче­ний, с которым чаще всего приходится иметь дело, опре­деляется конкретными условиями проведения процесса, например, существующей аппаратурой, технологией, орга­низацией. В реакторе, изготовленном из некоторого мате­риала, температуру нельзя поднять выше температуры плавления этого материала или выше рабочей температуры данного катализатора.

Оптимизация обычно начинается в условиях, когда объект уже подвергался некоторым исследованиям. Инфор­мацию, содержащуюся в результатах предыдущих ис­следований, будем называть априорной (т.е. полученной до начала эксперимента). Мы можем использовать априор­ную информацию для получения представления о пара­метре оптимизации, о факторах, о наилучших условиях ведения процесса и характере поверхности отклика, т.е. о том, как сильно меняется параметр оптимизации при небольших изменениях значений факторов, а также о кривизне поверхности. Для этого можно использовать графики (или таблицы) однофакторных экспериментов, осуществлявшихся в предыдущих исследованиях или описанных в литературе. Если однофакторную зависимость нельзя представить линейным уравнением (в рас­сматриваемой области), то в многомерном случае, несомненно, будет существенная кривизна. Обратное утверж­дение, к сожалению, не очевидно.

Итак, выбор экспериментальной области факторного пространства связан с тщательным анализом априор­ной информации.

Выбор основного уровня

Наилучшим условиям, определенным из анализа априорной информации, соответст­вует комбинация (или несколько комбинаций) уровней факторов. Каждая комбинация является многомерной точкой в факторном пространстве. Ее можно рассматривать как исходную точку для построения плана эксперимента. Назовем ее основным (нулевым) уровнем. Построение плана эксперимента сводится к выбору экспериментальных точек, симметричных относительно нуле­вого уровня.

В разных случаях мы располагаем различными све­дениями об области наилучших условий. Если имеются сведения о координатах одной наилучшей точки и нет информации о границах определения факторов, то остает­ся рассматривать эту точку в качестве основного уровня. Аналогичное решение принимается, если границы известны и наилучшие условия лежат внутри области.

Положение усложняется, если эта точка лежит на границе (или весьма близко к границе) области. Тогда приходится основной уровень выбирать с некоторым сдвигом от наилучших условий.

Может случиться, что координаты наилучшей точки неизвестны, но есть сведения о некоторой подобласти, вкоторой процесс идет достаточно хорошо. Тогда основной уровень выбирается либо в центре, либо в случайной точке этой подобласти. Сведения о подобласти можно получить, анализируя изученные ранее подобные процес­сы, из теоретических соображений или из предыдущего эксперимента.

Наконец, возможен случай с несколькими эквивалентными точками, координаты которых различны. Когда отсутствуют дополнительные данные (технологического, экономического характера и т.д.), выбор произволен. Конечно, если эксперимент недорог и требует немного времени, можно приступить к построению планов экспе­риментов вокруг нескольких точек.

Резюмируем наши рассуждения о принятии решений при выборе основного уровня в виде блок-схемы

[](http://appmath.narod.ru/images/image007.png)

Рисунок 2

После того как нулевой уровень выбран, перехо­дим к следующему шагу – выбору интервалов варьиро­вания.

Выбор интервалов варьирования.

Теперь наша цель состоит в том, чтобы для каждого фактора выбрать два уровня, на которых он будет варьироваться в экспери­менте.

Интервалом варьирования факторов называется некоторое число (свое для каждого фактора), прибавление которого к основному уровню дает верхний, а вычитание – нижний уровни фактора. Другими словами, интервал варьирования – это расстояние на координатной оси между основным и верхним (или нижним) уровнем. Таким образом, задача выбора уровней сводится к более простой задаче выбора интервала варьирования.

Заметим еще, что для упрощения записи условий эксперимента и обработки экспериментальных данных масштабы по осям выбираются так, чтобы верхний уровень соответствовал +1, нижний –1, а основной – нулю. Для факторов с непрерывной областью определения это всегда можно сделать с помощью преобразования

http://appmath.narod.ru/images/image008.png,

где

http://appmath.narod.ru/images/image009.png– кодированное значение фактора;

http://appmath.narod.ru/images/image010.png – натуральное значение фактора;

http://appmath.narod.ru/images/image011.png – натуральное значение основного уровня;

http://appmath.narod.ru/images/image012.png– интервал варьирования;

http://appmath.narod.ru/images/image013.png – номер фактора.

Для качественных факторов, имеющих два уровня, один уровень обозначается +1, а другой –1; порядок уров­ней не имеет значения.

На выбор интервалов варьирования наклады­ваются естественные ограничения сверху и снизу. Интер­вал варьирования не может быть меньше той ошибки, с которой экспериментатор фиксирует уровень фактора. Иначе верхний и нижний уровни окажутся неразличи­мыми. С другой стороны, интервал не может быть настоль­ко большим, чтобы верхний или нижний уровни оказались за пределами области определения. Внутри этих ограничений обычно еще остается значительная неопределенность выбора, которая устраняется с помощью интуитивных решений.

Обратите внимание, что при решении задачи оптимизации мы стремимся выбрать для первой серии экспериментов такую подобласть, которая давала бы возможность для шагового движения к оптимуму. В задачах же интерполяции интервал варьирования охватывает всю описываемую область.

Выбор интервалов варьирования – задача трудная, так как она связана с неформализованным этапом планирования эксперимента. Возникает вопрос, какая априорная информация может быть полезна на данном этапе? Это – сведения о точности, с которой экспериментатор фиксирует значения факторов, о кривизне поверхности отклика и о диапазоне изменения параметра оптимизации. Обычно эта информация является ориентировочной (в некоторых случаях она может оказаться просто оши­бочной), но это единственная разумная основа, на которой можно начинать планировать эксперимент. В ходе эксперимента ее часто приходится корректировать.

Точность фиксирования факторов определяется точ­ностью приборов и стабильностью уровня в ходе опыта. Для упрощения схемы принятия решений мы введем приближенную классификацию, полагая, что есть низ­кая, средняя и высокая точности. Можно, например, счи­тать, что поддержание температуры в реакторе с погрешно­стью не более 1% соответствует высокой, не более 5% – средней, а более 10% – низкой точности.

Источником сведений о кривизне поверхности отклика могут служить уже упоминавшиеся графики однофакторных зависимостей, а также теоретические соображения. Из графиков сведения о кривизне можно получить визу­ально. Некоторое представление о кривизне дает анализ табличных данных, так как наличию кривизны соответ­ствует непропорциональное изменение параметра оптимизации при равномерном изменении фактора. Мы будем различать три случая: функция отклика линейна, функ­ция отклика существенно нелинейна и информация о кри­визне отсутствует.

Наконец, полезно знать, в каких диапазонах меняются значения параметра оптимизации в разных точках фак­торного пространства. Если имеются результаты некото­рого множества опытов, то всегда можно найти наиболь­шее или наименьшее значения параметра оптимизации. Раз­ность менаду этими значениями будем называть диапазо­ном изменения параметра оптимизации для данного мно­жества опытов. Условимся различать широкий и узкий диапазоны. Диапазон будет узким, если он не существенно отличается от разброса значений параметра оптимизации в повторных опытах (этот разброс определяет ошибку опыта). В противном случае будем считать диапазон широким. Учтем также случай, когда информация отсутствует. Итак, для принятия решений используется априорная информация о точности фиксиро­вания факторов, кривизне поверхности отклика и диапа­зоне изменения параметра оптимизации. Каждое сочета­ние градаций перечисленных признаков определяет ситуа­цию, в которой нужно принимать решение. При принятыхградациях возможно З3 = 27 различных ситуаций. Они представлены на рис. 3, 4, 5 в виде кружочков, цифры в которых соответствуют порядковым номерам ситуаций.

Теперь мы приблизились к принятию решения о выборе интервалов варьирования. Для интервалов также введем градацию. Будем рассматривать широкий, средний и узкий интервалы варьирования, а также случай, когда трудно принять однозначное решение. Размер интер­вала варьирования составляет некоторую долю от области определения фактора. Можно, например, условиться о следующем: если интервал составляет не более 10% от области определения, считать его узким, не более 30% – средним, и в остальных случаях – широким. Это, ко­нечно, весьма условно, и в каждой конкретной задаче приходится специально определять эти понятия, которые зависят не только от размера области определения, но и от характера поверхности отклика и от точности фикси­рования факторов.

Перейдем к рассмотрению блок-схем принятия реше­ний. На первой схеме (рис. 3) представлены девять ситуа­ций, имеющих место при низкой точности фиксирования факторов. При выборе решений учитываются информация о кривизне поверхности отклика и о диапазоне изменения параметра оптимизации. Типичное решение – широкий интервал варьирования, узкий интервал варьирования совершенно не используется, что вполне понятно при низкой точности.

Сред­ний интервал варьирования в этой схеме выбирается дважды, причем в девятой ситуации как редко применяе­мая альтернатива. Здесь отсутствует информация об обоих признаках и выбор широкого интервала представляется более естественным.

Наибольшие трудности возникают, когда поверхность отклика нелинейна. Появляется противоречие между низ­кой точностью фиксирования факторов и кривизной. Пер­вая требует расширения интервала, а вторая – сужения. Решение оказывается неоднозначным. Как поступить? Приходится рассматривать дополнительные рекоменда­ции (см. блок-схему). Прежде всего, нужно выяснить, нельзя ли увеличить точность эксперимента либо за счет инженерных решений, либо за счет увеличения числа повторных опытов. Если это возможно, то решения принимаются на основе блок-схемы (рис. 4) для средней точ­ности фиксирования факторов. Если это невозможно, то для принятия решения нет достаточных оснований и оно становится интуитивным.

Эта блок-схема, как и последующие, служит весьма грубым приближением к действительности. На практике учитывается ещё масса обстоятельств. Например, решения, принимаемые по каждому фактору в отдельности, корректируются при рассмотрении совокупности факторов.

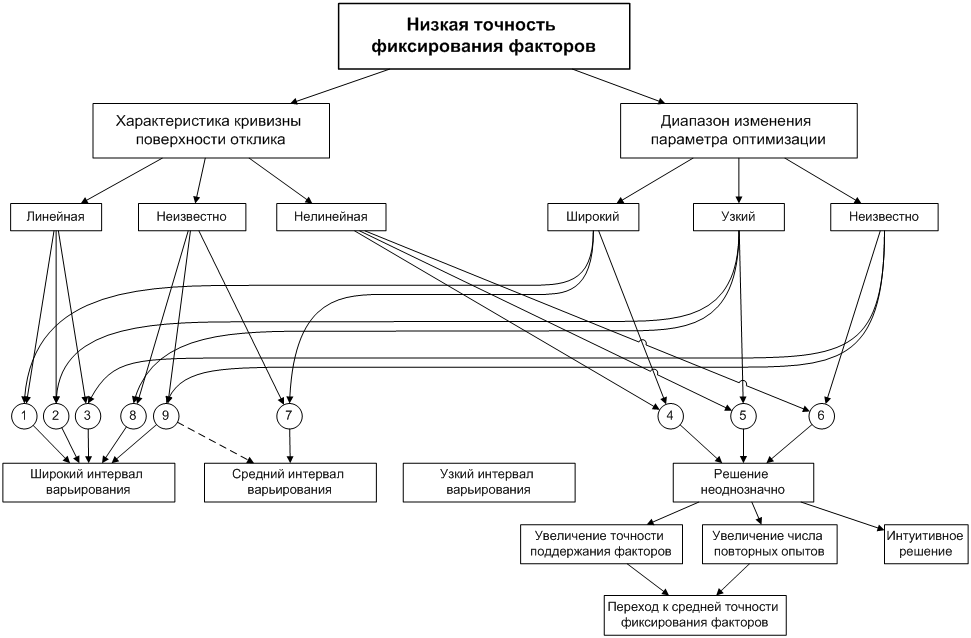
[](http://appmath.narod.ru/images/image014.png)

Рисунок 3

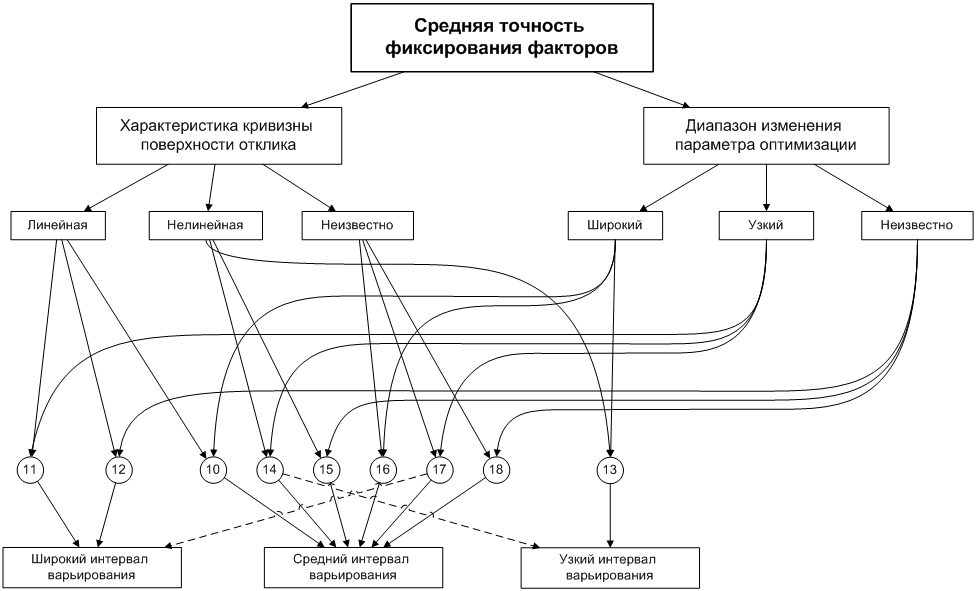
[](http://appmath.narod.ru/images/image015.png)

Рисунок 4

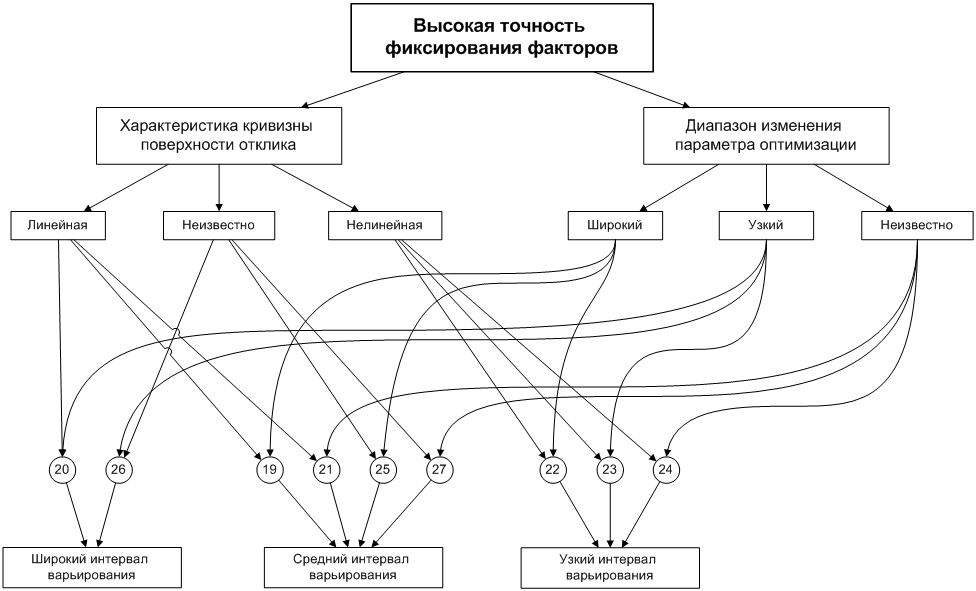
[](http://appmath.narod.ru/images/image016.png)

Рисунок 5

На рис. 4 изображена блок-схема для случая средней точности фиксирования фактора. Характерен выбор сред­него интервала варьирования. Лишь в случае нелинейной поверхности и широкого диапазона рекомендуется узкий интервал варьирования. При сочетаниях линейной поверх­ности с узким диапазоном и отсутствием информации о диапазоне выбирается широкий интервал варьирования. Пунктиром, как и выше, показаны редко применяемые альтернативы.

Наконец, на рис. 5 построена блок-схема для случая высокой точности фиксирования фактора. Сочетание вы­сокой точности с нелинейностью поверхности всегда при­водит к выбору узкого интервала. Довольно часто выби­рается средний интервал и лишь в двух случаях широкий. В обеих последних блок-схемах отсутствуют неоднозначные решения.

1. **Статистические гипотезы. Виды ошибок при выдвижении статистических гипотез.**

Проверка статистических гипотез тесно связана с теорией оценивания параметров. В естествознании, технике, экономике для выяснения того или иного случайного факта часто прибегают к высказыванию гипотез, которые можно проверить статистически, т. е. опираясь на результаты наблюдений в случайной выборке. Под статистическими подразумеваются такие гипотезы, которые относятся или к виду, или к отдельным параметрам распределения случайной величины. Например, статистической является гипотеза о том, что распределение производительности труда рабочих, выполняющих одинаковую работу в одинаковых условиях, имеет нормальный закон распределения. Статистической будет также гипотеза о том, что средние размеры деталей, производимые на однотипных, параллельно работающих станках, не различаются.

Большинство проверяемых гипотез сравнивают между собой группы объектов, которые испытывают влияние различных факторов.

Например, можно сравнить эффективность двух видов лечения, чтобы сократить 5-летнюю смертность от рака молочной железы. Для данного исхода (например, смерть) сравнение, представляющее интерес (напри­мер, различные показатели смертности через 5 лет), называют эффектом или, если уместно, эффектом лечения.

Нулевую гипотезу выражают как отсутствие эффекта (например 5-летняя смертность от рака мо­лочной железы одинаковая в двух группах, получаю­щих разное лечение); двусторонняя альтернативная гипотеза будет означать, что различие эффектов не равно нулю.

Критериальная проверка гипотезы дает возможность определить, достаточно ли аргументов, чтобы отвергнуть нулевую гипотезу. Можно принять только одно из двух решений:

1. отвергнуть нулевую гипотезу и принять альтер­нативную гипотезу
2. остаться в рамках нулевой гипотезы

Важно: В литературе достаточно часто встречается понятие "принять нулевую гипотезу". Хотелось бы внести ясность, что со статистической точки зрения принять нулевую гипотезу невозможно, т.к. нулевая гипотеза представляет собой достаточно строгое утверждение (например, средние значения в сравниваемых группах равны http://statistica.ru/upload/medialibrary/0a4/image003.png).

Поэтому фразу о принятии нулевой гипотезы следует понимать как то, что мы просто остаемся в рамках гипотезы.

Принятие неправильного решения

Возможно неправильное решение, когда отвергают/не отвергают нулевую гипотезу, потому что есть только выборочная информация.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | Верная гипотеза | |
| H0 | H1 |
| Результат   применения   критерия | H0 | H0 верно принята | H0 неверно принята   (Ошибка второго рода) |
| H1 | H0 неверно отвергнута   (Ошибка первого рода) | H0 верно отвергнута |

Ошибка 1-го рода: нулевую гипотезу отвергают, когда она истинна, и делают вывод, что имеется эффект, когда в действительности его нет. Максимальный шанс (вероятность) допустить ошибку 1-го рода обозначается α (альфа). Это уровень значимости критерия; нулевую гипотезу отвергают, если наше значение *p* ниже уровня значимости, т. е., если *p* < α.

Следует принять решение относительно значения а прежде, чем будут собраны данные; обычно назначают условное значение 0,05, хотя можно выбрать более ограничивающее значение, например 0,01.

Шанс допустить ошибку 1-го рода никогда не превысит выбранного уровня значимости, скажем α = 0,05, так как нулевую гипотезу отвергают только тогда, когда *p*< 0,05. Если обнаружено, что *p* > 0,05, то нулевую гипотезу не отвергнут и, следовательно, не допустят ошибки 1-го рода.

Ошибка 2-го рода: не отвергают нулевую гипотезу, когда она ложна, и делают вывод, что нет эффекта, тогда как в действительности он существует. Шанс возникновения ошибки 2-го рода обозначается β (бета); а величина (1-β) называется *мощностью критерия*.

Следовательно, мощность — это вероятность отклонения нулевой гипотезы, когда она ложна, т.е. это шанс (обычно выраженный в процентах) обнаружить реальный эффект лечения в выборке данного объема как статистически значимый.

В идеале хотелось бы, чтобы мощность критерия составляла 100%; однако это невозможно, так как всегда остается шанс, хотя и незначительный, допустить ошибку 2-го рода.

К счастью, известно, какие факторы влияют на мощность и, таким образом, можно контролировать мощность критерия, рассматривая их.

1. **Статистические критерии: понятия критерия согласия, критической области, области принятия гипотезы, проверка статистической гипотезы.**

Статистический тест или статистический критерий — строгое математическое правило, по которому принимается или отвергается *статистическая гипотеза*.

Типы статистических гипотез

* Простая гипотеза однозначно определяет функцию распределения на множестве X. Простые гипотезы имеют узкую область применения, ограниченную критериями согласия (см. ниже). Для простых гипотез известен общий вид равномерно более мощного критерия (Теорема Неймана-Пирсона).
* Сложная гипотеза утверждает принадлежность распределения к некоторому множеству распределений на X. Для сложных гипотез вывести равномерно более мощный критерий удаётся лишь в некоторых специальных случаях.

Критерии согласия проверяют, согласуется ли заданная выборка с заданным фиксированным распределением, с заданным параметрическим семейством распределений, или с другой выборкой.

Достигаемый уровень значимости (пи-величина, англ. p-value) — это наименьшая величина уровня значимости, при которой нулевая гипотеза отвергается для данного значения статистики критерия T:

p(T) = \min \{ \alpha:\: T\in\Omega_\alpha \},

где \Omega_\alpha — критическая область критерия.

Другая интерпретация: достигаемый уровень значимости p(T) — это вероятность при справедливости нулевой гипотезы получить значение статистики, такое же или ещё более экстремальное, чем T.

Если достигаемый уровень значимости достаточно мал (близок к нулю), то нулевая гипотеза отвергается. В частности, его можно сравнивать с фиксированным уровнем значимости; тогда альтернативная методика будет эквивалентна классической.

Широкое распространение методики фиксированного уровня значимости было вызвано сложностью вычисления многих статистических критериев в докомпьютерную эпоху. Чаще всего использовались таблицы, в которых для некоторых априорных уровней значимости были выписаны критические значения.

Статистическая гипотеза (statistical hypothesys) — это определённое предположение о распределении вероятностей, лежащем в основе наблюдаемой выборки данных.

Проверка статистической гипотезы (testing statistical hypotheses) — это процесс принятия решения о том, противоречит ли рассматриваемая статистическая гипотеза наблюдаемой выборке данных.

1. **Виды критериев согласия и области их применения: принцип работы критериев согласия, общая характеристика критериев согласия. (отдельно по каждому критерию)**

Критерии согласия предназначены для проверки гипотез о соответствии эмпирического распределения, построенного по выборке, извлекаемой из гене­ральной совокупности, некоторому теоретическому закону.

Различают проверку простых и сложных гипотез. Простая проверяемая гипотеза имеет вид https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image001.gif: https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image002.gif, где https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image003.gif – функция распределения ве­роятностей, с которой проверяют согласие наблю­даемой выборки, а https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image004.gif – извест­ное значение параметра (скалярного или вектор­ного).

Сложная проверяемая гипотеза может быть записана в виде https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image001.gif: https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image005.gif, где https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image006.gif – область определения неизвестного параметра https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image004.gif. Отличие в применении критериев при про­верке сложных гипотез и соот­ветст­вующие проблемы возникают, если оценку параметра https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image007.gif теоретического рас­пределения вычисляют по той же самой выборке, по которой проверяют со­гласие. Далее мы будем предполагать, что при проверке сложных гипотез оценка параметра https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image007.gif вычисляется по этой же выборке.

Процедура проверки гипотезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif предполагает, что известно распреде­ле­ние https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image010.gif статистики https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image011.gif применяемого критерия при справедливо­сти https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif. Для критериев согласия критические области определя­ются большими значе­ниями статистик. Вероятность https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif ошибки 1-го рода (уро­вень значимости) пред­ставляет собой вероятность попадания значения стати­стики в критическую об­ласть: https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image013.gif, где https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image014.gif – крити­ческое значение.  При проверке гипотез величина https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif, как правило, зада­ется. Если вычисленное по вы­борке значение статистики https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image015.gif,  то проверяе­мая гипотеза https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif не отклоня­ется. Знание распределения https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image010.gif позволяет по значению https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image016.gif найти https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image017.gif – достигнутый уровень значимости. Проверя­емая гипотеза https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif не отклоняется при https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image018.gif.

Если задана конкурирующая гипотеза https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image009.gif, то вероятность ошибки 2-го рода определяется соотношением https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image019.gif, где https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image020.gif – распределение статистики критерия при справедливости https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image009.gif. Если критерий пол­ностью определен, то задание https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif однозначно определяет величину https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image021.gif и наобо­рот. Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image022.gif при проверке гипо­тезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif относительно https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image009.gif представляет собой функцию, зависящую от https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif, https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image009.gif, объема выборки https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image023.gif и, возможно, от некоторых других факторов, связан­ных с построением критерия.

Отдавая при проведении статистиче­ского анализа данных предпочтение некоторому критерию, экспериментатор хотел бы иметь уверенность в том, что для заданной ве­роятности ошибки первого рода https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif гарантируется минимальная вероятность ошибки 2-го рода https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image021.gif. Другими словами, хотелось бы отдать предпоч­тение крите­рию, наибо­лее мощному относительно интересу­ющей нас пары альтернатив https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image009.gif.

Наиболее часто в критерии Колмогорова [1] ис­поль­зуют статистику с поправкой, предложенной Большевым [2], вида

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image025.gif,                                                    (1)

где

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image026.gif, https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image027.gif, https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image028.gif,

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image029.gif - объем выборки, https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image030.gif - упорядоченные по возрастанию выборочные значения. При справедливости простой проверяемой гипотезы статистика https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image031.gif в пределе подчиня­ется закону распределения Колмогорова https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image032.gif [1].

Статистика критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image033.gif Крамера-Мизеса-Смирнова имеет вид [1]

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image034.gif.                        (2)

При справедливости простой гипотезы статистика в пределе подчиняется за­кону с функцией рас­пределения https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image035.gif [1].

Статистика критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image036.gif Андерсона-Дарлинга определяется выраже­нием [1]

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image037.gif   (3)

и при справедливости простой гипотезы в пределе подчиняется закону с функ­цией рас­пределения https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image038.gif [1].

В случае проверки простых гипотез предельные распределения статистик данных непараметрических критериев не зави­сят от вида наблюдаемого закона распределения. В этой связи их называют “свободными от распределения”.

При проверке сложных гипотез, когда по этой же выборке оцениваются параметры закона, непараметрические критерии теряют свойство “свободы от распределения” [3]. Более того, при проверке сложных гипотез распределения статистик данных критериев определяются характером проверяемой сложной гипотезы [4].

Аналитический вид (предельных) распределений статистик https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image010.gif непа­раметрических критериев при проверке сложных гипотез неизвестен. Имеются частные решения, в основе которых использованы различные под­ходы. По-видимому, наиболее перспективным для построения распреде­лений статистик является численный подход, базирующийся на статистическом моделировании эмпирических распределений статистик и последующем по­строении для них приближенных аналитических моделей [4-8].

Применение критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image039.gif Пирсона предусматривает разбиение области определения случайной величины на https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image040.gif интервалов с подсче­том числа наблюдений https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image041.gif, попавших в них, и вероятностей попадания в интервалы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image042.gif, соответствующих теоретическому закону. Статистика крите­рия имеет вид

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image043.gif.                                    (4)

В случае проверки простой справедливой гипотезы в пределе эта статистика подчиняется https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image044.gif–распределению с https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image045.gif степенями свободы.

В таблице 1 приведена максимальная мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image039.gif Пирсона, ко­торую он имеет для данной пары альтернатив при https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image079.gif и АОГ.  При РВГ критерий https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image039.gif Пирсона относительно данной пары альтернатив имеет максимальную мощность при https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image080.gif [17]. А далее с ростом https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image040.gif мощность убывает. Но этот максимальный уровень мощности ниже мощности данного критерия при https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image081.gif с использованием АОГ.

Оценки мощности для случая проверки сложной гипотезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif, соответст­вующей принадлежности наблюдаемой выборки нормальному закону, против той же простой конкурирующей гипотезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif представлены в таблице 2. Здесь также критерии упорядочены по убыванию мощности. Следует отметить, что в некоторых случаях предпочтительность неочевидна, так как, обладая большей мощностью при одних уровнях значимости и одних объемах выборок, критерий может проигрывать при других значениях https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image023.gif. В таблице 2 указана максималь­ная мощность критериев Никулина и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image039.gif Пирсона.

Таблица 1. Мощность критериев согласия при проверке простой гипотезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif (нормальное распределение) против альтернативы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif (логистическое)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | *n=100* | *n=200* | *n=300* | *n=500* | *n=1000* | *n=2000* |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image082.gif Пирсона при *k=15* и АОГ | | | | | |
| 0.15 | 0.349 | 0.459 | 0.565 | 0.737 | 0.946 | 0.999 |
| 0.1 | 0.290 | 0.388 | 0.490 | 0.671 | 0.922 | 0.998 |
| 0.05 | 0.210 | 0.292 | 0.385 | 0.565 | 0.871 | 0.996 |
| 0.025 | 0.154 | 0.222 | 0.302 | 0.472 | 0.813 | 0.992 |
| 0.01 | 0.107 | 0.159 | 0.221 | 0.369 | 0.729 | 0.983 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image083.gif Андерсона-Дарлинга | | | | | |
| 0.15 | 0.194 | 0.258 | 0.328 | 0.472 | 0.776 | 0.982 |
| 0.1 | 0.125 | 0.169 | 0.222 | 0.343 | 0.654 | 0.957 |
| 0.05 | 0.057 | 0.079 | 0.107 | 0.181 | 0.439 | 0.869 |
| 0.025 | 0.026 | 0.036 | 0.049 | 0.088 | 0.261 | 0.724 |
| 0.01 | 0.010 | 0.013 | 0.017 | 0.031 | 0.114 | 0.491 |
|  | Мощность критерия Колмогорова | | | | | |
| 0.15 | 0.190 | 0.246 | 0.303 | 0.415 | 0.662 | 0.922 |
| 0.1 | 0.127 | 0.170 | 0.215 | 0.309 | 0.544 | 0.861 |
| 0.05 | 0.062 | 0.088 | 0.116 | 0.179 | 0.365 | 0.721 |
| 0.025 | 0.031 | 0.044 | 0.061 | 0.100 | 0.231 | 0.560 |
| 0.01 | 0.012 | 0.018 | 0.026 | 0.044 | 0.119 | 0.366 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Крамера-Мизеса-Смирнова | | | | | |
| 0.15 | 0.178 | 0.228 | 0.283 | 0.401 | 0.680 | 0.947 |
| 0.1 | 0.114 | 0.147 | 0.186 | 0.277 | 0.542 | 0.892 |
| 0.05 | 0.052 | 0.067 | 0.086 | 0.136 | 0.324 | 0.742 |
| 0.025 | 0.024 | 0.030 | 0.039 | 0.062 | 0.171 | 0.548 |
| 0.01 | 0.010 | 0.011 | 0.014 | 0.021 | 0.065 | 0.307 |

Оценивая мощность при проверке сложных гипотез, опирались на смоделированные распределения статистик https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image010.gif при  объ­еме выборок https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image085.gif. При таких больших https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image023.gif эмпирическое распре­деле­ние стати­стики может считаться хорошей оценкой пре­дель­ного закона.

В случае проверки сложных гипотез и объемов выборок https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image086.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image087.gif для всех исследуемых критериев распределения https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image088.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image089.gif сущест­венно отличаются от “предельного” https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image090.gif при https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image085.gif. Поэтому мощность оценивалась по смоделированным парам распределений вида https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image088.gif, https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image091.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image089.gif, https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image092.gif.

Таблица 2. Мощность критериев согласия при проверке сложной гипотезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif (нормальное распределение) против альтернативы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif (логистическое)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | *n=20* | *n=50* | *n=100* | *n=200* | *n=300* | *n=500* | *n=1000* | *n=2000* |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image083.gif Андерсона-Дарлинга | | | | | | | |
| 0.15 | 0.222 | 0.297 | 0.400 | 0.575 | 0.708 | 0.873 | 0.989 | 1.000 |
| 0.1 | 0.164 | 0.230 | 0.324 | 0.496 | 0.636 | 0.828 | 0.981 | 1.000 |
| 0.05 | 0.098 | 0.149 | 0.224 | 0.377 | 0.519 | 0.741 | 0.963 | 1.000 |
| 0.025 | 0.060 | 0.096 | 0.152 | 0.282 | 0.414 | 0.649 | 0.935 | 0.999 |
| 0.01 | 0.031 | 0.054 | 0.091 | 0.186 | 0.297 | 0.525 | 0.885 | 0.998 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image093.gif Никулина при*k*=15 и АОГ | | | | | | | |
| 0.15 | 0.245 | 0.320 | 0.395 | 0.536 | 0.646 | 0.806 | 0.967 | 1.000 |
| 0.1 | 0.195 | 0.249 | 0.332 | 0.466 | 0.579 | 0.755 | 0.952 | 0.999 |
| 0.05 | 0.137 | 0.165 | 0.248 | 0.368 | 0.480 | 0.669 | 0.921 | 0.998 |
| 0.025 | 0.077 | 0.112 | 0.184 | 0.291 | 0.395 | 0.587 | 0.883 | 0.996 |
| 0.01 | 0.036 | 0.071 | 0.125 | 0.213 | 0.304 | 0.488 | 0.825 | 0.992 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Крамера-Мизеса-Смирнова | | | | | | | |
| 0.15 | 0.210 | 0.273 | 0.366 | 0.529 | 0.659 | 0.836 | 0.980 | 1.000 |
| 0.1 | 0.153 | 0.208 | 0.291 | 0.447 | 0.582 | 0.781 | 0.968 | 1.000 |
| 0.05 | 0.090 | 0.130 | 0.194 | 0.329 | 0.458 | 0.678 | 0.939 | 0.999 |
| 0.025 | 0.053 | 0.082 | 0.128 | 0.237 | 0.353 | 0.573 | 0.897 | 0.998 |
| 0.01 | 0.027 | 0.044 | 0.074 | 0.150 | 0.243 | 0.445 | 0.825 | 0.994 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image082.gif Пирсона при*k*=15 и АОГ | | | | | | | |
| 0.15 | 0.243 | 0.295 | 0.342 | 0.467 | 0.579 | 0.751 | 0.950 | 0.999 |
| 0.1 | 0.194 | 0.220 | 0.280 | 0.393 | 0.502 | 0.688 | 0.928 | 0.998 |
| 0.05 | 0.140 | 0.133 | 0.199 | 0.291 | 0.391 | 0.583 | 0.882 | 0.996 |
| 0.025 | 0.081 | 0.080 | 0.137 | 0.214 | 0.303 | 0.486 | 0.827 | 0.992 |
| 0.01 | 0.036 | 0.043 | 0.079 | 0.139 | 0.213 | 0.376 | 0.745 | 0.984 |
|  | Мощность критерия Колмогорова | | | | | | | |
| 0.15 | 0.200 | 0.246 | 0.313 | 0.440 | 0.554 | 0.732 | 0.941 | 0.999 |
| 0.1 | 0.142 | 0.181 | 0.236 | 0.351 | 0.459 | 0.646 | 0.905 | 0.997 |
| 0.05 | 0.080 | 0.105 | 0.143 | 0.230 | 0.322 | 0.502 | 0.823 | 0.990 |
| 0.025 | 0.045 | 0.061 | 0.086 | 0.149 | 0.219 | 0.376 | 0.721 | 0.975 |
| 0.01 | 0.021 | 0.029 | 0.043 | 0.081 | 0.127 | 0.244 | 0.575 | 0.938 |

Мощность критериев согласия при малых объемах выборок https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image023.gif можно срав­нить с мощностью критериев, построенных специально дляпроверки от­клонения распределения от нормального закона: с мощностью критериев Шапиро-Уилка, Эппса-Палли и Д’Агостино со статистикой https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image094.gif. Оценки мощности данных критериев нормальности, полученные в [18] и уточненные в данной работе при объемах моделируемых выборок статистик https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image066.gif, приведены в таблице 3. Как видим, “специ­альные” критерии относительно рассматриваемой пары альтернатив в среднем оказыва­ются несколько мощнее.

Таблица 3. Мощность критериев проверки отклонения распределения от нормального за­кона (Шапиро-Уилка, Эппса-Палли и Д’Агостино со статистикой https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image094.gif)относительно альтерна­тивы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif (логистический закон)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | Шапиро-Уилка | | Эппса-Палли | | Д’Агостино https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image094.gif | |
| *n=20* | *n=50* | *n=20* | *n=50* | *n=20* | *n=50* |
| 0.1 | 0.181 | 0.202 | 0.178 | 0.249 | 0.189 | 0.327 |
| 0.05 | 0.117 | 0.141 | 0.111 | 0.165 | 0.111 | 0.223 |
| 0.01 | 0.044 | 0.067 | 0.037 | 0.062 | 0.032 | 0.089 |

Вычисленные оценки мощности критериев для различных значений уровня значимости https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif при проверке согласия с распределениемВейбулла (гипо­теза https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif) против альтернативы, соответствующей гамма-распределению с указан­ными параметрами (гипотеза https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif) при простой гипотезе https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif приведены в таблице 4, при сложной гипотезе https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif –  в таблице 5. Критерии в таб­лицах упорядо­чены по убыванию мощности.

Таблица 4. Мощность критериев согласия при проверке простой гипотезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif (распределе­ние Вейбулла  с параметрами 2, 2, 0) относительно альтернативы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif (гамма-распределение с параметрами 3.12154, 0.557706, 0)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *a* | *n=100* | *n=200* | *n=300* | *n=500* | *n=1000* | *n=2000* |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image082.gif Пирсона при k=15 и АОГ | | | | | |
| 0.15 | 0.486 | 0.621 | 0.757 | 0.909 | 0.996 | 1.000 |
| 0.1 | 0.418 | 0.556 | 0.701 | 0.876 | 0.993 | 1.000 |
| 0.05 | 0.324 | 0.469 | 0.611 | 0.815 | 0.986 | 1.000 |
| 0.025 | 0.254 | 0.403 | 0.529 | 0.751 | 0.974 | 1.000 |
| 0.01 | 0.191 | 0.332 | 0.437 | 0.668 | 0.954 | 1.000 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image083.gif Андерсона-Дарлинга | | | | | |
| 0.15 | 0.302 | 0.446 | 0.577 | 0.781 | 0.976 | 1.000 |
| 0.1 | 0.223 | 0.348 | 0.473 | 0.689 | 0.951 | 1.000 |
| 0.05 | 0.131 | 0.224 | 0.326 | 0.533 | 0.882 | 0.998 |
| 0.025 | 0.076 | 0.141 | 0.220 | 0.396 | 0.785 | 0.993 |
| 0.01 | 0.037 | 0.075 | 0.126 | 0.257 | 0.636 | 0.975 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Крамера-Мизеса-Смирнова | | | | | |
| 0.15 | 0.295 | 0.425 | 0.539 | 0.716 | 0.931 | 0.998 |
| 0.1 | 0.224 | 0.343 | 0.453 | 0.637 | 0.894 | 0.995 |
| 0.05 | 0.138 | 0.233 | 0.329 | 0.508 | 0.816 | 0.987 |
| 0.025 | 0.084 | 0.155 | 0.233 | 0.393 | 0.725 | 0.970 |
| 0.01 | 0.043 | 0.088 | 0.142 | 0.270 | 0.597 | 0.934 |
|  | Мощность критерия Колмогорова | | | | | |
| 0.15 | 0.294 | 0.421 | 0.531 | 0.700 | 0.915 | 0.995 |
| 0.1 | 0.225 | 0.342 | 0.450 | 0.628 | 0.879 | 0.992 |
| 0.05 | 0.141 | 0.237 | 0.332 | 0.508 | 0.806 | 0.981 |
| 0.025 | 0.087 | 0.160 | 0.239 | 0.401 | 0.723 | 0.964 |
| 0.01 | 0.045 | 0.093 | 0.150 | 0.282 | 0.606 | 0.930 |

Таблица 5. Мощность критериев согласия при проверке сложной гипотезы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif (распределе­ние Вейбулла 2, 2, 0) относительно альтернативы https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif (гамма-распределение с параметрами 3.12154, 0.557706, 0)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | *n=100* | *n=200* | *n=300* | *n=500* | *n=1000* | *n=2000* |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image083.gif Андерсона-Дарлинга | | | | | |
| 0.15 | 0.435 | 0.667 | 0.817 | 0.952 | 0.999 | 1.000 |
| 0.1 | 0.353 | 0.589 | 0.757 | 0.928 | 0.998 | 1.000 |
| 0.05 | 0.244 | 0.466 | 0.650 | 0.876 | 0.995 | 1.000 |
| 0.025 | 0.167 | 0.361 | 0.547 | 0.811 | 0.990 | 1.000 |
| 0.01 | 0.100 | 0.252 | 0.424 | 0.715 | 0.977 | 1.000 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Крамера-Мизеса-Смирнова | | | | | |
| 0.15 | 0.396 | 0.603 | 0.750 | 0.913 | 0.996 | 1.000 |
| 0.1 | 0.316 | 0.520 | 0.679 | 0.875 | 0.993 | 1.000 |
| 0.05 | 0.212 | 0.394 | 0.560 | 0.797 | 0.984 | 1.000 |
| 0.025 | 0.143 | 0.295 | 0.452 | 0.712 | 0.968 | 1.000 |
| 0.01 | 0.082 | 0.196 | 0.330 | 0.593 | 0.936 | 1.000 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image093.gif Никулина при *k=9* и АОГ | | | | | |
| 0.15 | 0.324 | 0.511 | 0.665 | 0.869 | 0.993 | 1.000 |
| 0.1 | 0.246 | 0.423 | 0.584 | 0.818 | 0.987 | 1.000 |
| 0.05 | 0.153 | 0.299 | 0.454 | 0.720 | 0.973 | 1.000 |
| 0.025 | 0.096 | 0.209 | 0.347 | 0.619 | 0.951 | 1.000 |
| 0.01 | 0.051 | 0.129 | 0.238 | 0.492 | 0.909 | 0.999 |
|  | Мощность критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image082.gif Пирсона при *k=9* и АОГ | | | | | |
| 0.15 | 0.347 | 0.525 | 0.678 | 0.868 | 0.992 | 1.000 |
| 0.1 | 0.273 | 0.439 | 0.596 | 0.818 | 0.986 | 1.000 |
| 0.05 | 0.172 | 0.311 | 0.463 | 0.719 | 0.970 | 1.000 |
| 0.025 | 0.104 | 0.218 | 0.352 | 0.617 | 0.946 | 1.000 |
| 0.01 | 0.053 | 0.133 | 0.237 | 0.483 | 0.898 | 0.999 |
|  | Мощность критерия Колмогорова | | | | | |
| 0.15 | 0.340 | 0.510 | 0.646 | 0.830 | 0.981 | 1.000 |
| 0.1 | 0.262 | 0.420 | 0.558 | 0.762 | 0.965 | 1.000 |
| 0.05 | 0.164 | 0.293 | 0.420 | 0.640 | 0.925 | 0.999 |
| 0.025 | 0.101 | 0.200 | 0.306 | 0.519 | 0.867 | 0.997 |
| 0.01 | 0.052 | 0.115 | 0.193 | 0.375 | 0.763 | 0.988 |

Таким образом, для случая проверки простых гипотез критерии можно упорядочить по мощности следующим образом:

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image082.gif Пирсона (АОГ) https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gifhttps://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image083.gif Андерсона-Дарлинга https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gif https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Мизеса https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gif=Колмогорова

Такая шкала справедлива при использовании в критерии https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image024.gif Пирсона АОГ, при котором минимизируются потери в информации Фишера. При очень близких гипотезах может быть:

Колмогорова https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gif https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Мизеса.

При проверке сложных гипотез градация по мощности оказывается суще­ственно иной:

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image083.gif Андерсона-Дарлинга https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gifhttps://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Мизеса https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gif https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image093.gif(АОГ) https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gifhttps://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image096.gif Пирсона (АОГ) https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gif Колмогорова.

При очень близких гипотезах может быть:

https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image083.gif Андерсона-Дарлинга https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gifhttps://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image093.gif(АОГ) https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gifhttps://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image084.gif Мизеса https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gifhttps://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image082.gif Пирсона (АОГ) https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image095.gif Колмогорова.

Указанные выводы носят интегрированный характер. Такое упорядо­че­ние не является жёстким. Как видно из таблиц с приведенными значениями мощности, иногда критерий имеет преимущества по мощности при одних зна­чениях https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif и объемах выборок https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image023.gif и уступает при других значениях https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image012.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image023.gif.

Надо иметь в ввиду, что мощность критериев типа https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image039.gif (Пирсона и Нику­лина) зависит не только от гипотез https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif, https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif и объема выборок https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image023.gif, но при задан­ных https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif − от спо­соба группирования и числа интервалов.

Число интервалов, при котором мощность критериев для пары альтерна­тив https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif максимальна, зависит от этих гипотез и от способа группирова­ния. Увеличение числа интервалов не всегда приводит к росту мощности кри­териев типа https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image024.gif [17].

При близких гипотезах https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif выбор АОГ при использовании критерия https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image024.gif Пирсона дает положительный эффект как при простых, так и при сложных ги­потезах. Однако это не означает, что использование АОГ всегда гарантирует мак­симальную мощность данного критерия. При конкретных и не очень близ­ких гипотезах опти­мальным может оказаться некоторый другой способ группи­рования, который может быть найден в результате максимизации мощности критерия.

Вывод о безоговорочно положительном эффекте применения АОГ нельзя распространять на критерий Никулина: при одной и той же паре гипотез https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image008.gif и https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image065.gif при одном числе интервалов https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image040.gif критерий оказывается более мощным при АОГ, при другом https://ami.nstu.ru/~headrd/seminar/publik_html/Izm_T_10_Power.files/image040.gif − более мощным при РВГ. Зависимость мощности от спо­соба группирования  оказывается более сложной и требует исследования.

Тестовые задания:

1. Исследовательская стратегия, которая предусматривает целенаправленное наблюдение за определенным процессом в условиях регламентированных изменений отдельных характеристик условий его протекания это?

1) Сравнение

2) Эксперимент

3) Наблюдение

2. Эксперимент, целью которого является выявление или устранение влияния различных неоднородностей?

1) Элиминирующий

2) Сравнительный

3) Отсеивающий

4) Аппроксимирующий

3. Эксперимент, проводимый в производственных условиях на действующем объекте?

1) Экстремальный

2) Численный

3) Экстраполирующий

4) Промышленный

4. При планировании экстремального эксперимента очень важно определить параметр, который нужно?

1) Исследовать

2) Проверить

3) Оптимизировать

4) Изучить

5. Характеристика цели, заданная количественно?

1) Параметр эксперимента

2) Параметр оптимизации

3) Параметр исследования

4) Количественная характеристика

6. Некоторое число, которое ставится в соответствие качественному признаку?

1) Ранг

2) Качественный показатель

3) Ранговое значение

4) Качественное значение

7. Измеряемая переменная величина, принимающая в некоторый момент времени определенное значение?

1) Экспериментальное значение

2) Ранг

3) Фактор

4) Параметр оптимизации

8. Степень точности определяется … изменения факторов.

1) Диапазоном

2) Суммой

3) Разностью

4) Произведением

9. При планировании эксперимента важна … факторов, т. е. возможность установления фактора на любом уровне вне зависимости от уровней других факторов.

1) Уникальность

2) Связь

3) Зависимость

4) Независимость

10. Эксперимент отличается от … активным взаимодействием с изучаемым объектом.

1) Опыта

2) Сравнения

3) Наблюдения

11. Невоплотимая на практике модель эксперимента, используемая психологами-экспериментаторами в качестве эталона?

1) Случайный эксперимент

2) Продуманный эксперимент

3) Безупречный эксперимент

4) Невоплотимый эксперимент

12. Модель, являющаяся простейшим отображением реальной системы (некоторого фрагмента реального мира), в котором полностью отсутствуют сведения о внутреннем содержании этого фрагмента, а задаются только входные и выходные связи системы со средой?

1) Черный ящик

2) Эталонная

3) Прогностическая

4) Имитационная

13. Составляет элементарную часть эксперимента и предусматривает воспроизведение исследуемого явления в конкретных условиях с последующей регистрацией результата?

1) Сравнение

2) Опыт

3) Наблюдение

14. В ТПЭ исследуемый объект (реальный объект, модель объекта) рассматривается как …, имеющий входы v (управляемые независимые параметры) и выходы y.

1) Прогностическая модель

2) Эталонная модель

3) Черный ящик

4) Имитационная модель

15. Эксперимент, который включает: систему воздействий, при которых воспроизводится функционирование объекта; регистрацию отклика объекта.

1) Экстремальный

2) Численный

3) Активный

4) Промышленный

16. Расстояние на координатной оси между основным и верхним (или нижним) уровнем?

1) Межуровневый интервал

2) Интервал варьирования

3) Межуровневое расстояние

4) Расстояние варьирования

17. Точность … определяется точ­ностью приборов и стабильностью уровня в ходе опыта.

1) Фиксирования факторов

2) Измерений

3) Вычислений

18. При решении задачи …необходимо выбрать для первой серии экспериментов такую подобласть, которая давала бы возможность для шагового движения к оптимуму.

1) Вычисления интервала варьирования

2) Эксперимента

3) Фиксирования факторов

4) Оптимизации

19. Нулевую гипотезу выражают как …

1) Гипотезу без обоснования

2) Новую гипотезу

3) Отсутствие эффекта

20. Проверка гипотезы, которая дает возможность определить, достаточно ли аргументов, чтобы отвергнуть нулевую гипотезу?

1) Критериальная

2) Аналитическая

3) Сравнительная

4) Эксприментальная

21. Вероятность отклонения нулевой гипотезы, когда она ложна, т.е. это шанс (обычно выраженный в процентах) обнаружить реальный эффект лечения в выборке данного объема как статистически значимый?

1) Отклонение от нормы

2) Статистическое отклонение

3) Мощность критерия

22. Строгое математическое правило, по которому принимается или отвергается статистическая гипотеза?

1) Только статистический тест

2) Только статистический критерий

3) Статистический тест или статистический критерий

23. Какая гипотеза определяет функцию распределения на множестве X?

1) Простая

2) Сложная

3) Простая или сложная

4) Таких нет

24. Какая гипотеза утверждает принадлежность распределения к некоторому множеству распределений на X.

1) Простая

2) Сложная

3) Простая или сложная

4) Таких нет

25. Наименьшая величина уровня значимости, при которой нулевая гипотеза отвергается для данного значения статистики критерия T?

1) Нулевой критерий

2) Достигаемый уровень значимости

3) Наименьший коэффициент

4) Критическая область критерия

26. Определённое предположение о распределении вероятностей, лежащем в основе наблюдаемой выборки данных?

1) Описательная гипотеза

2) Объяснительная гипотеза

3) Рабочая гипотеза

4) Статистическая гипотеза

27. Процесс принятия решения о том, противоречит ли рассматриваемая статистическая гипотеза наблюдаемой выборке данных?

1) Проверка статистической гипотезы

2) Анализ гипотезы

3) Вывод гипотезы

4) Решение о противоречивости

Таблица ответов

|  |  |
| --- | --- |
| Номер | Ответ |
| 1 | 2 |
| 2 | 1 |
| 3 | 4 |
| 4 | 3 |
| 5 | 2 |
| 6 | 1 |
| 7 | 3 |
| 8 | 1 |
| 9 | 4 |
| 10 | 3 |
| 11 | 3 |
| 12 | 1 |
| 13 | 2 |
| 14 | 3 |
| 15 | 3 |
| 16 | 2 |
| 17 | 1 |
| 18 | 4 |
| 19 | 3 |
| 20 | 1 |
| 21 | 3 |
| 22 | 3 |
| 23 | 1 |
| 24 | 2 |
| 25 | 2 |
| 26 | 4 |
| 27 | 1 |